



Università
di Brescia

Fabio Luterotti: Matematica fantastica

La poesia universale della matematica

Rigore o fantasia

Henri Poincaré L'invention mathématique
1908

«Arrivati a Coutances prendemmo un omnibus per non so quale passeggiata. Nel momento in cui mettevo piede sul predellino, mi venne in mente, senza che nulla nei miei pensieri precedenti sembrasse avermi preparato, che le trasformazioni che avevo usato per definire le funzioni fuchsiane erano identiche a quelle della geometria non euclidea. Non controllai, non ne avrei avuto il tempo, perché appena salito sull'omnibus ripresi la conversazione iniziata, ma ne ebbi immediatamente la perfetta certezza»



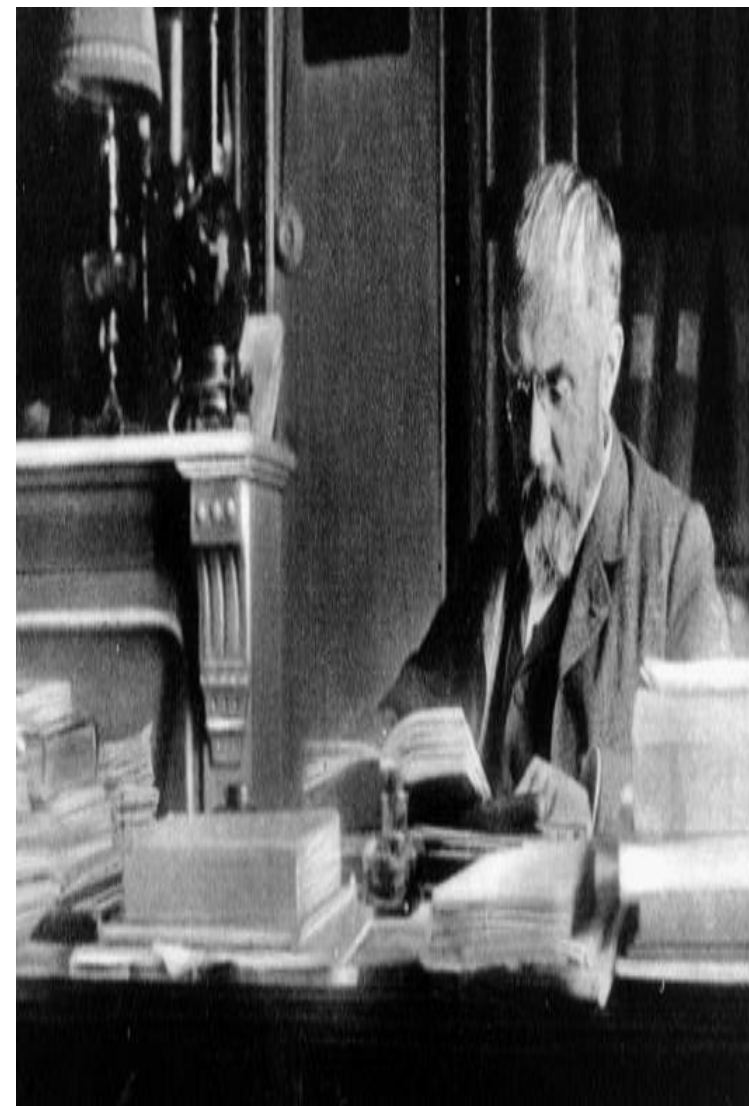
Rigore o fantasia

Definizione di creatività secondo Henri Poincaré

«capacità di unire elementi preesistenti in combinazioni nuove, che siano utili»

il criterio intuitivo per riconoscere l'utilità della combinazione nuova è *“che sia bella”*. In che senso? Qualcosa che ha a che fare con l'eleganza così come la intendono i matematici: armonia, essenzialità, pertinenza.

La definizione di creatività proposta da Poincaré è valida per le scienze, le arti, la tecnologia. Individua il fenomeno-creatività, dice in che cosa consiste (una “produzione di nuove combinazioni utili”) e come lo si ottiene (attraverso un processo che prevede l’“unione di elementi preesistenti”). Indica anche presupposti, condizioni e risultati del processo



Rigore o fantasia

Questa definizione è valida per le scienze, le arti, la tecnologia.

Si tratta di individuare connessioni altrimenti non visibili o analogie non immediate

La matematica è ancora così?

Certamente: è l'opinione della matematica

Cristiana De Filippis (vincitrice di vari premi fra cui quello della European mathematical society nel 2024): «*La matematica è una disciplina estremamente creativa, è la massima espressione della fantasia*»



Pitagora (o Euclide)

In ogni triangolo rettangolo l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti.

Iscrizione grafica del teorema di Pitagora ad opera dei maestri costruttori sul portale della *Baugewerkeschule* («Scuola Edile») a [Zittau](#), nel sud-est della Sassonia (Germania)

Esistono moltissime dimostrazioni, in totale alcune centinaia, opera di matematici, astronomi, agenti di cambio e di un (futuro) presidente statunitense James A. Garfield



Pitagora (o Euclide)

Calcoliamo l'area del quadrato «grande» in due modi:

1. Il lato misura $a + b$, quindi l'area è
 $(a + b)(a + b) = \mathbf{a^2 + 2ab + b^2}$

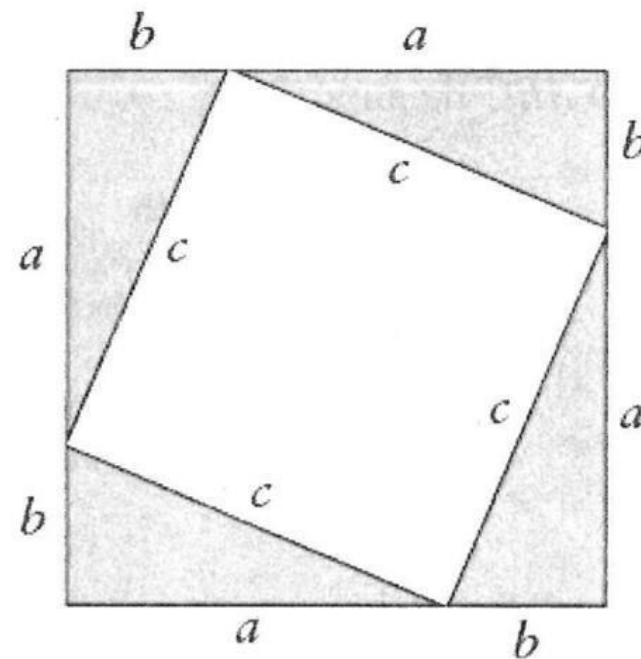
2. D'altra parte l'area può essere ottenuta come somma dell'area del quadrato (bianco) di lato c e dei 4 triangoli rettangoli grigi con cateti a e b ; ogni triangolo ha area $\frac{ab}{2}$; si somma quindi l'area del quadrato c^2 con 4 volte $\frac{ab}{2}$; si ha

$$\mathbf{c^2 + 2ab}$$

Confrontando si ottiene

$$\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$$

Come volevasi dimostrare!



Matematica o magia

François Viète (1540-1603)

Avvocato e precettore

Matematico e astronomo

Viète suggerì di realizzare una chiara distinzione tra le quantità ignote che vengono denotate con le vocali e quelle note con le consonanti.

Intellettuale di corte (Carlo IX, Enrico III, Enrico IV)

Curiosità:

Adrian Van Roomen *Ideae mathematicae* 1593

$$x^{45} - 45x^{43} + 945x^{41} - 12300x^{39} \dots$$

Filippo di Spagna e le lettere cifrate

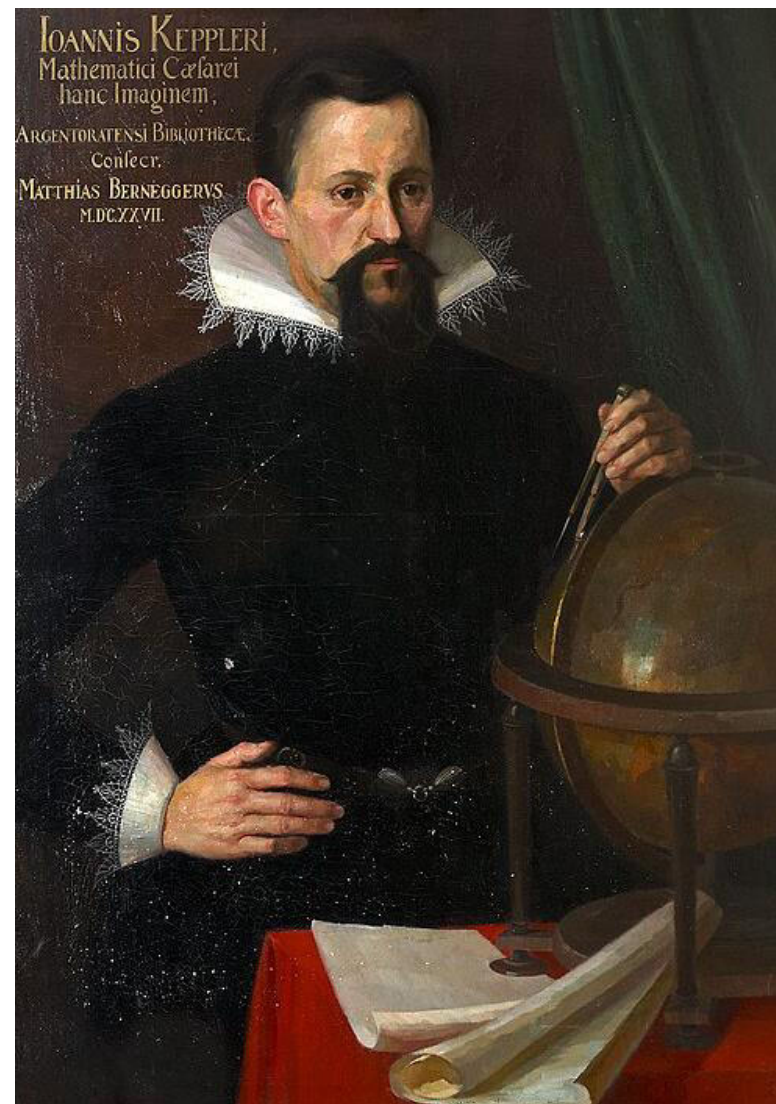


Logaritmo o algoritmo

Nel 1601 Johannes Kepler pubblicò i calcoli da cui aveva ricavato l'orbita di Marte. Gli ci erano voluti quattro anni. Quindici anni dopo s'imbatté in una nuova invenzione matematica che avrebbe potuto fargli risparmiare tutto quel tempo.

«Era apparso sulla scena un barone scozzese che aveva fatto una cosa eccellente – scrisse Kepler a un amico – trasformando tutte le moltiplicazioni e divisioni in addizioni e sottrazioni».

Sembra che Kepler si fosse messo a fare i salti di gioia per il lavoro che avrebbe potuto risparmiare in futuro

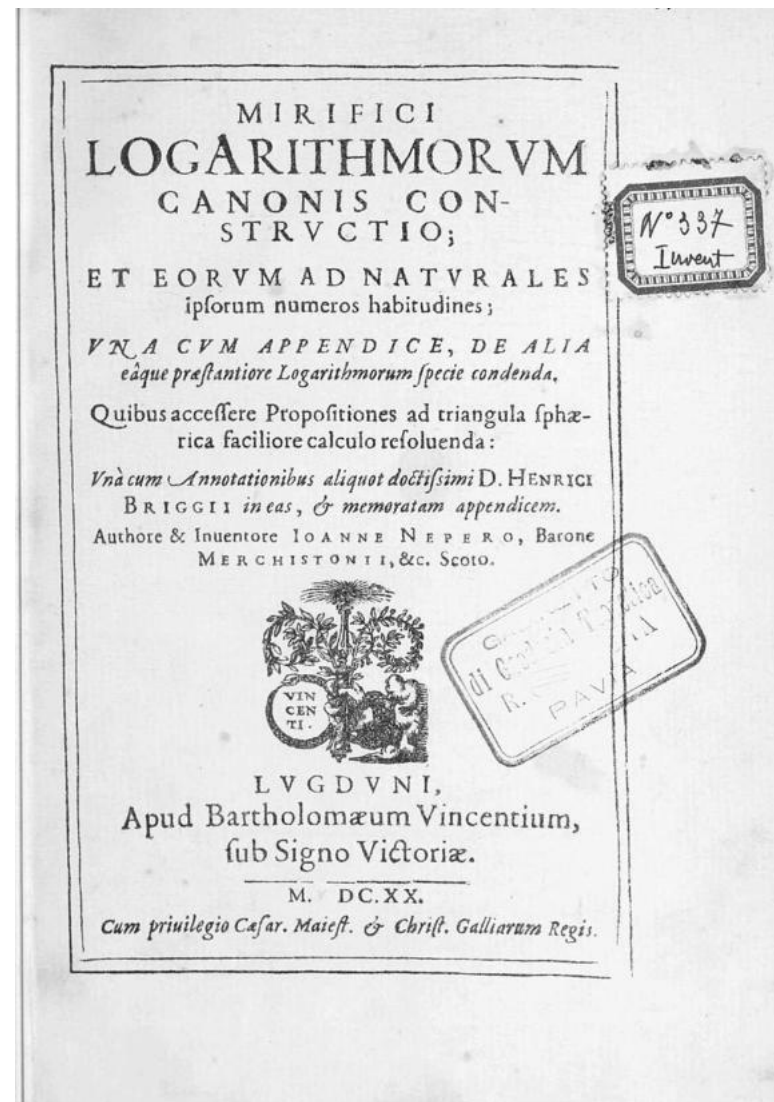


Logaritmo o algoritmo

Chiunque avesse voluto tracciare il percorso dei corpi celesti e creare mappe utili ad astronomi o navigatori, doveva riempire montagne di fogli di calcoli basati sulla trigonometria. Angoli misurati con un sestante, e i loro seni e coseni, permettevano di mappare e prevedere le mutevoli posizioni delle stelle e dei pianeti. Ma per eseguire quei calcoli bisognava moltiplicare, dividere, elevare al quadrato e al cubo lunghe serie di numeri, con vari possibili errori.

John Napier «Iniziai pertanto a considerare nella mia mente, mediante quale arte certa e pronta potessi rimuovere questi intralci»

Il volume fu pubblicato con il titolo, pretenzioso e audace, *Mirifici logarithmorum canonis descriptio*, descrizione della meravigliosa regola dei logaritmi.



Logaritmo o algoritmo

0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	4	8	16	32	64	128	256

0	1	2	3	4	5	...
1	10	100	1000	10.000	100.000	...

Algebra o Geometria

Qual è l'idea?

L'idea di René Descartes (Cartesio) è stata una vera e propria rivoluzione "copernicana" per la matematica. Prima di lui, l'**Algebra** (fatta di numeri ed equazioni) e la **Geometria** (fatta di figure, punti e rette) erano due mondi separati che parlavano lingue diverse.

La sua intuizione geniale, pubblicata 1637 nel *Discorso sul metodo*, consiste nell'aver creato un **ponte** tra questi due mondi.

Geometria → **Algebra**: Un cerchio o una parabola non sono più solo disegni, ma diventano equazioni.

Algebra → **Geometria**: Un'equazione astratta come $y = 2x + 1$ può essere visualizzata come una linea retta.



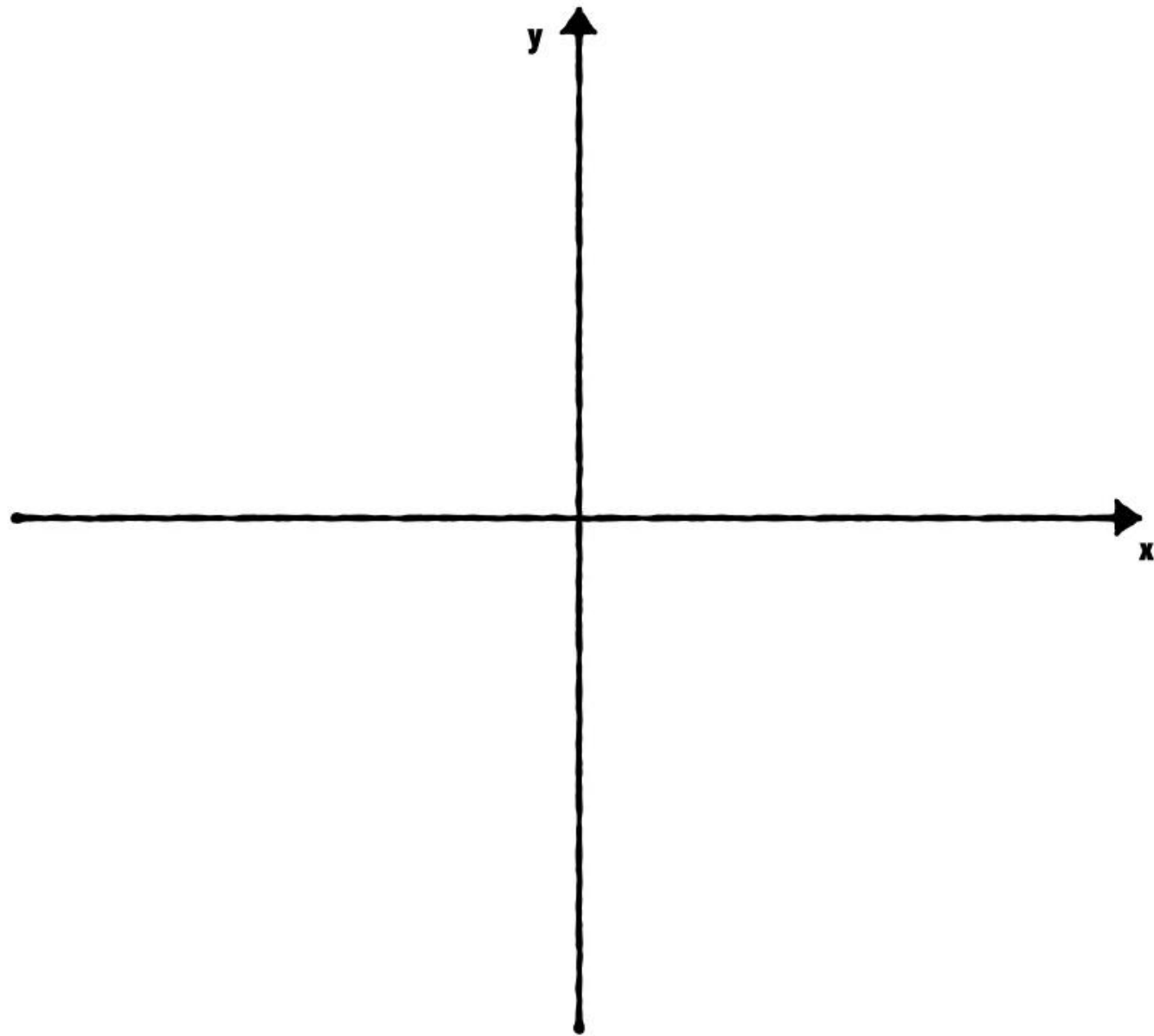
Algebra o Geometria

Questa fusione, chiamata **Geometria Analitica**, ha cambiato il modo in cui facciamo scienza per tre motivi principali:

Risolvere problemi complessi: Molti problemi geometrici difficili da dimostrare con riga e compasso diventano semplici calcoli algebrici.

Universalità: Fornisce un metodo standard per descrivere qualsiasi forma o movimento. Senza il piano cartesiano, non avremmo potuto calcolare le orbite dei pianeti o le traiettorie dei proiettili.

Base della tecnologia moderna: Ogni pixel sullo schermo del telefono o computer esiste perché ha delle coordinate (x, y) in un piano.



Somme o prodotti

Un aneddoto...

Calcolare

$1+2+3+\dots+100=?$

1	2	3 ...	50
---	---	-------	----

100	99	98 ...	51
-----	----	--------	----

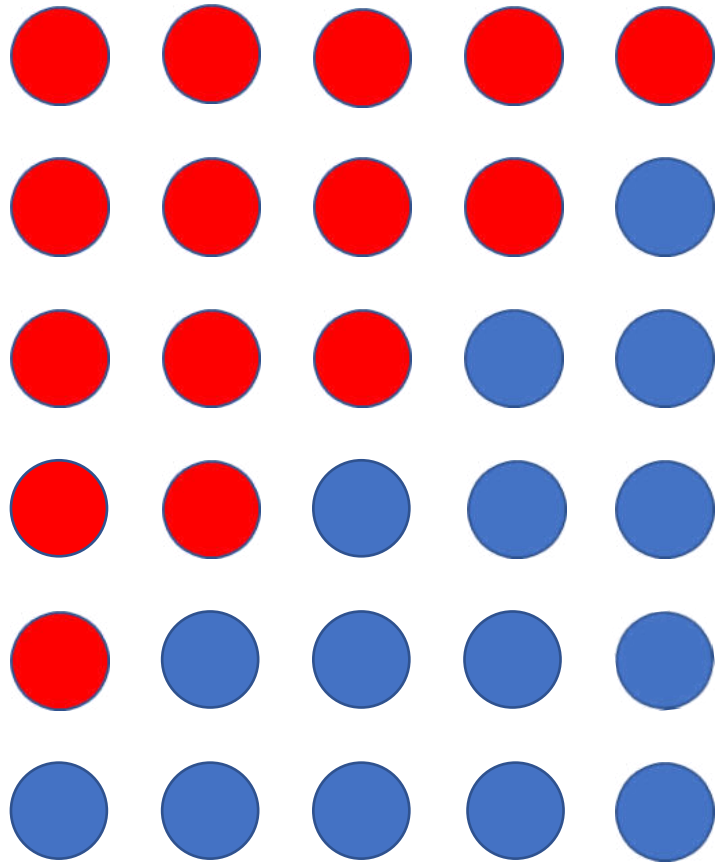
101	101	101....	101
-----	-----	---------	-----

101 50 volte

5050



Somme o prodotti



$$1+2+3+\dots+100=?$$

Quanti sono i punti blu?

I punti rossi sono altrettanti

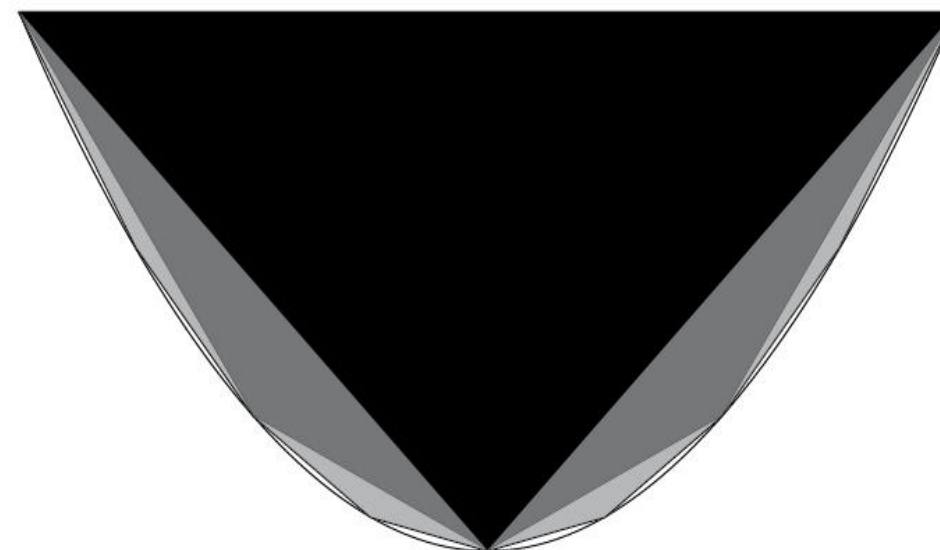
Facile calcolare quanti sono in totale (5x6...) e dividere per 2

E si può generalizzare...

Archimede e l'infinito

Un segmento parabolico è la regione delimitata da una parabola e da una retta. Per trovare l'area di un segmento parabolico, Archimede considera un certo triangolo inscritto la cui base è la corda della parabola e il cui terzo vertice è il punto della parabola che è attraversato da una tangente che è parallela alla corda stessa. Il teorema principale afferma che l'area del segmento parabolico è $\frac{4}{3}$ di quella del triangolo inscritto.

[Somma di Archimede.mp4](#)



Un esperto di fantasia

Inventiamo dei numeri?”

“Inventiamoli, comincio io. Quasi uno, quasi due, quasi tre, quasi quattro, quasi cinque, quasi sei”.

“È troppo poco. Senti questi: uno stramilione di biliardoni, un ottone di millantoni, un meravigliardo e un meraviglione”.

“Io allora inventerò una tabellina:

- tre per uno Trento e Belluno
- tre per due bistecca di bue
- tre per tre latte e caffè
- tre per quattro cioccolato
- tre per cinque malelingue
- tre per sei patrizi e plebei
- tre per sette torta a fette
- tre per otto piselli e risotto
- tre per nove scarpe nuove
- tre per dieci pasta e ceci.

«Quanto costa questa pasta?”

“Due tirate d’orecchi”.

“Quanto c’è da qui a Milano?”

“Mille chilometri nuovi, un chilometro usato e sette cioccolatini”.

“Quanto pesa una lagrima?”

“Secondo: la lagrima di un bambino capriccioso pesa meno del vento, quella di un bambino affamato pesa più di tutta la terra”.

“Quanto è lunga questa favola?”

“Troppo”.

Gianni Rodari

Grazie per l’attenzione